**К. Г. Камалутдинов**

*Институт математики СО РАН, Горно-Алтайский государственный университет,*

*kirdan15@mail.ru*

# О ТИПАХ МЕТРИЧЕСКИХ ПРОСТРАНСТВ И ОТОБРАЖЕНИЯХ, СОХРАНЯЮЩИХ МЕТРИЧЕСКИЙ ПОРЯДОК

Пусть $X$ – метрическое пространство. *Гиперпространством* над $X$ назовем множество $C(X)$ всех непустых компактных подмножеств в $X$, наделенное некоторой допустимой метрикой.

Изометрия $F : C(X) \to C(X)$ гиперпространства называется *элементарной*, если существует такая изометрия $f : X \to X$ пространства $X$, что для любого элемента $A$ в $C(X)$ выполняется условие $F(A) = f(A)$.

Вопрос о существовании *неэлементарных* изометрий гиперпространств над различными метрическими пространствами рассматривался многими авторами. Так, Грубер и Летти в 1979 году доказали, что всякая изометрия в $C(\mathbb{R}^n)$ с метрикой Хаусдорфа элементарна. Позже Бандт в 1986 году показал, что всякая изометрия в $C(D)$ с метрикой Хаусдорфа, где $D$ – выпуклая область в $\mathbb{R}^n$, элементарна. В работе [1] введена обобщенная метрика Помпейю и доказано, что для компактных подмножеств в $\mathbb{R}$ всякая изометрия их гиперпространств в этой метрике элементарна.

Для классификации метрических пространств по наличию и количеству *неэлементарных* изометрий в гиперпространствах с метрикой Хаусдорфа над ними нами введено понятие *типа метрических пространств*. Мы говорим, что:

отображение $f : X \to Y$ сохраняет метрический порядок на множестве $A \subseteq X$, если для любых точек $a, b, c, d \in A$ отношение $d(a, b) \leqslant d(c, d)$ влечёт отношение $d(f(a), f(b)) \leqslant d(f(a), f(b))$.

Метрические пространства $X$ и $Y$ принадлежат к одному типу, если можно задать биективное отображение $f : X \to Y$, сохраняющее метрический порядок на всём $X$. Мы также говорим, что такое отображение $f$ *сохраняет тип.*

Нами доказаны

**Теорема 1.** *Если метрические пространства $X$ и $Y$ относятся к одному типу, то множества их изометрий равномощны.*

**Теорема 2.** *Если метрические пространства $X$ и $Y$ относятся к одному типу, то гиперпространства $C(X)$ и $C(Y)$ с метрикой Хаусдорфа над ними также относятся к одному типу.*

Таким образом, количество неэлементарных изометрий гиперпространства с метрикой Хаусдорфа над пространством $X$ зависит только от типа пространства $X$.

Мы рассматриваем вопросы о классификации конечных метрических пространств; разновидностях и свойствах отображений, сохраняющих метрический порядок; а также о структурах вида $(A, \varphi)$, где $A$ – множество, $\varphi$ – порядок, заданный на $A^2$. Такие структуры получаются из метрических пространств при "стирании" информации о расстояниях, но "сохранении" информации об их упорядоченности, т. е. отношение $d(a, b) \leqslant d(c, d)$ в пространстве $X$ влечёт отношение $(a, b)\varphi(c, d)$ в соответствующей ему структуре.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 10-01-00642).

ЛИТЕРАТУРА

1. Асеев В. В., Тетенов А. В., Максимова А. П. *Обобщенная метрика Помпейю в проблеме изометрии гиперпространств* // Матем. заметки. – 2005. – Т. 78. – Вып. 2. – С. 163–170.

**А. В. Канатов**

*Нижегородский национальный исследовательский университет им. Н.И. Лобачевского,*

*alexkanatov@yandex.ru*

# КОНСТРУИРОВАНИЕ МИНИМИЗИРУЮЩЕЙ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ В НЕЛИНЕЙНОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЗАДАЧЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ДВОЙСТВЕННОСТИ

Доклад посвящен конструированию минимизирующей последовательности на основе идеологии метода двойственной регуляризации [1] в нелинейной параметрической задаче математического программирования общего вида в гильбертовом пространстве

$$f(z) \to \inf, \quad g(z) = p, \quad h(z) \leqslant r, \qquad z \in D \subset Z, \tag{1}$$

где $f : D \to R^1$ – непрерывный функционал, $g : D \to H$ – вполне непрерывный оператор, $h : D \to R^m$ – непрерывный векторный функционал, $D \subset Z$ – замкнутое ограниченное множество, $p \in H$ и $r \in R^m$ – параметры, $Z$ и $H$ – гильбертовы пространства.